

## פתרון המבחן מסמסטר ב' תשס"ה

הפתרון אינו רשמי, והינו על דעתי בלבד. אני מקווה שהתשובות נכונות.

1. א. לא נכון. הטענה היא משפט קנטור והוא נכון גם ללא אקסיומת הבחירה.  
ב. נכון. הטענה היא הלמה של צורן והיא שקולה לאקסיומת הבחירה. יש לציין שהטענה ככתבה אינה נכונה בגלל שאינה מתאימה לקבוצה הריקה.  
ג. נכון.  
ד. נכון.  
ה. לא נכון.

2. א. לא נכון. למשל, אפשר לקחת כל שתי קבוצות סופיות עם אותו מספר איברים עם יחס הסדר הריק.  
ב. לא נכון. היחס המתקבל אפילו לא בהכרח מלא כי לא ניתן להשוות בין איבר ב-  $B$  לאיבר ב-  $C$ .  
ג. נכון.  
ד. יש בעיה בשאלה כי לא ברור מה מעמד הקבוצה הריקה. שתי התשובות התקבלו כנכונות.  
ה. נכון.

3 (חלק ב').

1. נכון. שימו לב שהטענה נכונה גם ללא הנחת השערת הרצף. אגב, לא מניחים בקורס שהשערת הרצף נכונה.
2. נכון. זו אקסיומת היסוד (או הביסוס).
3. נכון. גבול בנדך הוא לינארי.
4. נכון.
5. נכון.
6. נכון. הטענה נובעת משימוש בלמה של צורן.

4 (חלק ג').

1. התשובה היא ג'.
2. התשובה היא ג'. פונקציה שומרת סדר היא מונוטונית ולכן נקודות אי הריציפות שלה הן רק מסוג קפיצה. אם בנוסף היא על, לא יתכן שיש קפיצות כאלה ולכן היא רציפה.
3. התשובה היא ד'. שימו לב: הקבוצה אינה בהכרח סופית או בת מניה. אם נחליף את  $N$  ב-  $Q$ , נוכל לבנות דוגמא נגדית ע"י סדרת הקבוצות  $A_s = \{r \in Q : r < s\}$  לכל  $s \in R$ . קל לראות שסדרת הקבוצות הזו עונה לדרישות והיא אינה בת מניה. כעת על מנת לעבור בחזרה ל-  $N$  מספיק להשתמש בפונקציה חח"ע ועל כלשהי מ-  $Q$  ל-  $N$ .
4. התשובה הנכונה היא ג'. למשל, מתקיים  $1 + \omega = 0 + \omega$  אבל  $1 \neq 0$ .
5. התשובות הנכונות הן א', ב', ג'. כל הקבוצות המתוארות בשאלה הן מעצמה  $2^{\aleph_0}$ .
6. התשובה הנכונה היא ג'.

בהצלחה רבה במבחן!